

文章编号:1000-8055(2012)06-1405-11

基于二维厚板模型的波箔片轴承静特性

刘占生, 徐方程, 张广辉, 曹智选

(哈尔滨工业大学 能源科学与工程学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 建立平箔片的二维厚板有限元模型, 运用有限单元法和有限差分法耦合求解 Reynolds 方程和气膜厚度方程, 研究了在两个工作转速下气体波箔片轴承在中截面和边缘处最小气膜厚度随轴承承载力变化规律. 通过数值仿真对该模型、一维梁模型、二维薄壳模型和文献实验数据进行对比分析, 结果表明: 在轴承中截面处, 3 个模型的最小气膜厚度仿真结果都与实验结果符合得很好, 但在轴承边缘处, 由于二维厚板模型考虑了平箔片的剪切效应, 因此其最小气膜厚度比二维薄壳模型的结果更接近实验值, 而一维梁模型只考虑轴承圆周方向, 因此不能体现气膜厚度沿轴承长度方向的变化规律. 通过研究, 为分析箔片轴承动力学特性奠定了理论基础.

关 键 词: 波箔型气体径向轴承; 二维厚板模型; 有限单元法; 最小气膜厚度; 承载力

中图分类号: V229⁺. 2; TH133. 37

文献标志码: A

Static characterization of bump-type gas foil bearing: intergration of top foil 2-D thick plate model

LIU Zhan-sheng, XU Fang-cheng, ZHANG Guang-hui, CAO Zhi-xuan

(School of Energy Science and Engineering,

Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: The 2-D (two-dimensional) thick plate finite element model for top foil was developed. By using coupled finite element method and finite difference method, the compressible gas lubricated Reynolds equation and the film thickness equation were solved coupling together. Predictions of minimum gas film thickness for increasing static loads at two speeds were obtained for bearing mid-plane and edge of bump-type gas foil bearing. The numerical results of this finite element model were compared with 1-D (one-dimensional) beam model, 2-D thin shell model and test data. The results indicate that the minimum film thickness of three models agree well with test data at bearing mid-plane, but at bearing edge, the accuracy of 2-D thick plate model is the highest due to its shear effect. 1-D beam model can not reflect film thickness variation along the bearing length direction because it only considers the circumferential direction. The study in this paper established the theoretical foundation of dynamic characteristics research of bump-type gas foil bearing.

Key words: bump-type gas foil bearing; 2-D thick plate model; finite element method; minimum gas film thickness; load capacity

收稿日期: 2011-12-15

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20120704.1152.201206.1405_029.html

基金项目: 国家自然科学基金(11176010); 航空科学基金(20110377005)

作者简介: 刘占生(1962—), 男, 黑龙江牡丹江人, 教授, 博士生导师, 主要从事气体轴承、转子动力学、旋转机械故障诊断、流固耦合等方面研究.

波箔型气体径向轴承是一种自作用式气体动压轴承,广泛应用于高速旋转机械,如透平膨胀机^[1]和微小型透平机械^[2]。相比于油润滑滑动轴承和滚动轴承,波箔型气体径向轴承具有稳定性高、环境污染少、耐高温和工作转速高等优良特点^[3]。由于波箔型箔片轴承结构复杂,并且轴承工作时涉及到气弹耦合问题和摩擦带来的热问题,因此建立合理的理论分析模型十分困难。目前对波箔型气体箔片轴承的理论研究主要集中在如何建立更符合实际的箔片结构模型和耦合求解 Reynolds 方程和气膜厚度方程。

Blok 和 Rossum^[4]早在 20 世纪 50 年代就对箔片轴承进行设计和研究,但是在最近的 20 年里箔片轴承才越来越被关注和研究。1975 年,Wallowit 和 Anno^[5]最早给出了单个波纹箔片的刚度计算公式。1983 年, Heshmat 等人^[6-7]采用 Wallowit 的刚度公式建立的箔片结构的等效弹性基础模型,对波箔片型气体径向轴承和气体推力轴承进行了仿真研究。直到 2004 年, Peng 和 Khonsari^[8-10]还利用此模型对箔片轴承的承载能力和气膜厚度进行研究。2006 年, Song 和 Daejong^[11]基于平箔片的一维解析梁模型对带有可压缩弹簧支承的新型箔片轴承进行了理论和实验研究,作者认为箔片结构的变形是平箔片和波箔片各自变形量的线性叠加。近年来,越来越多的学者通过有限单元法来对箔片结构进行建模分析。Lee 等人^[12]通过建立了平箔片的弹性梁模型和波箔片的线弹簧模型,对气体箔片轴承进行了静特性和动特性的研究。San Andrés 和 Kim^[13-14]总结了箔片结构的有限元模型,对等效弹性基础模型、一维欧拉梁模型、二维板壳模型的仿真结果和实验结果进行了对比分析。Lee 等人^[15]以考虑了弯曲应变和薄膜应变的矩形薄板单元为基础,建立了波箔型气体轴承波箔片结构的三维有限元模型,分析了波纹箔片之间的相互作用及其平箔片厚度对轴承静特性的影响。

箔片轴承的平箔片很薄,其厚度一般为 0.1~0.15 mm,在用有限元法建模划分网格尺寸较大时,单元可视为薄板单元;但当有限元网格较密时,单元长度和宽度尺寸相对于厚度明显变小,因此以具有剪切刚度的厚板单元来建立平箔片模型显得更为合理。本文基于厚板理论,建立了箔片结构的二维有限元模型,运用有限元法和有限差分法耦合求解 Reynolds 方程和气膜厚度方程,研究了气体箔片轴承气膜厚度、压力分布和承载能力

等特性。通过数值仿真对本文模型、一维梁模型、二维薄壳模型和文献实验数据进行了对比分析。

1 理论分析

1.1 波箔型气体径向轴承结构描述

第一代波箔片气体径向轴承的结构简图如图 1 所示,它由平箔片、波箔片和轴承壳体组成,其中平箔片的一端与波箔片的一端同时焊接在轴承壳体的狭小槽内,两者的另一端都自由。平箔片相当于提供了轴承光滑表面和轴承部分刚度,而波箔片为弹性结构,为轴承提供了刚度,并且平箔片与波箔片之间,波箔片与轴承壳体之间的摩擦为轴承提供了阻尼和部分刚度。

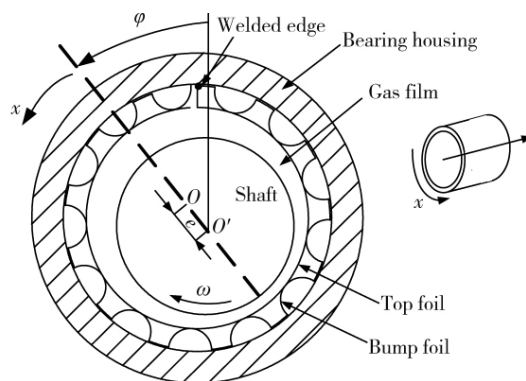


图 1 第一代波箔片气体径向轴承结构简图

Fig. 1 Structure of first generation bump foil bearing

1.2 气体压力控制方程

为了简化复杂轴承结构的分析,这里引入了如下假设:

- 1) 在气膜厚度方向上,气体压力认为是不发生变化的;
- 2) 气体在轴承壳体内表面上的速度为 0,在转子表面上的速度为 $R\omega$;
- 3) 气体为理想气体;
- 4) 气体是绝热的。

通过以上假设,气体的雷诺方程可写为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{ph^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{ph^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6R\omega \frac{\partial}{\partial x} (ph) \quad (1)$$

其中: x —轴承圆周方向坐标, m;

z —轴承轴向长度坐标, m;

R —轴颈半径, m;

h —气膜厚度, m;

p —气膜压力, Pa;

η —气体动力黏度, $\text{Pa} \cdot \text{s}$;

ω —轴颈转速, rad/s.

下面是参数的无量纲化:

$$\bar{x} = \frac{x}{0.5L}, \quad \bar{z} = \frac{z}{0.5L},$$

$$\bar{p} = \frac{p}{p_0}, \quad \bar{h} = \frac{h}{0.002R} \quad (2)$$

其中: L —轴承长度, m;

p_0 —环境大气压力, Pa.

把公式(2)代入雷诺方程(1), 得到无量纲化后的雷诺方程:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}^2}{\partial \bar{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}^2}{\partial \bar{z}} \right) = \Lambda_x \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{p} \bar{h}) \quad (3)$$

其中

$$\Lambda_x = \frac{6R\omega\eta L}{p_0 (0.002R)^2} \quad (4)$$

箔片轴承的气膜厚度 h 为

$$h = C + e \cos(\theta - \varphi) + w_d \quad (5)$$

其中 C 和 e 分别为箔片轴承的半径间隙和轴颈的偏心距, θ 和 φ 分别为轴承圆周方向角度和偏位角, w_d 为箔片在轴承径向方向的变形量.

1.3 二维厚板箔片结构模型

波箔型箔片轴承的箔片结构由平箔片和波纹箔片组成. 本文的模型中把波纹箔片等效于线性弹簧, 即在平箔片和波纹箔片的每个相接触的节点处用刚度恒定的弹簧连接平箔片与轴承壳体. 这里采用 Jordanoff 公式^[16] 来计算单位面积上波纹箔片的刚度, 该公式的特点是区分了两端自由滑动和一端固定一端自由的波纹箔片刚度大小. 具体的数值在本文第2部分由给定的轴承结构参数计算得到. 波纹箔片结构如图2所示, 图中 l 为波箔片半波纹长度, s 为波箔片单位长度, t_b 为波箔片厚度.

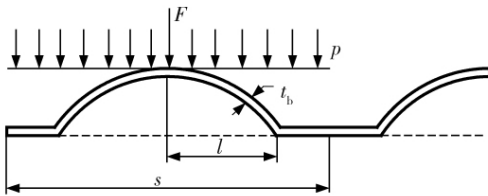


图2 波箔片几何结构示意图

Fig. 2 Configuration of bump foil

在对圆柱状的平箔片建模时, 将其平展开, 考虑到轴承圆周方向和长度方向, 建立平箔片的二维厚板模型, 平板单元采用的是考虑剪切效应的厚板单元, 箔片结构二维有限元模型简图和平板单元简图分别如图3和图4所示. 在图3中, 由波

箔片简化成的线性弹簧并不是与平箔片的每个节点连接, 而只是与实际结构中平箔片与波箔片接

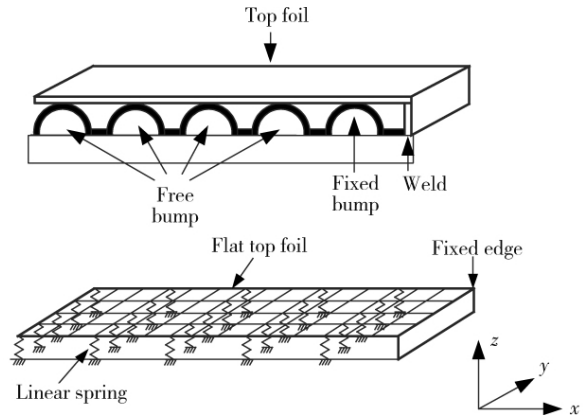


图3 箔片结构二维厚板模型简图

Fig. 3 Sketch of 2-D thick plate model for foil structure

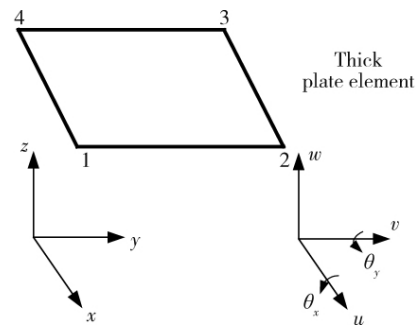


图4 厚板单元简图

Fig. 4 Sketch of the thick plate element

触的节点相连接. 在图4中, u, v 和 w 分别是平板单元节点沿 x, y 和 z 方向的位移, θ_x 和 θ_y 分别是单元节点沿 x 和 y 方向上的转角. 单元的切应变 γ_{xz}, γ_{yz} 与位移的几何方程为

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x},$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (6)$$

厚板的能量可以表示成

$$U_e = \frac{1}{2} \int_A \rho \frac{h^3}{12} \{\chi\}^T [D] \{\chi\} dA + \frac{1}{2} \int_A \kappa h \{\gamma\}^T [D^s] \{\gamma\} dA \quad (7)$$

其中

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{E}{(1-\nu^2)} & \frac{E\nu}{(1-\nu^2)} & 0 \\ \frac{E}{2(1-\nu)} & \frac{E}{(1-\nu^2)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E}{2(1-\nu)} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
[D^s] &= \frac{E}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
\{\chi\} &= \begin{bmatrix} -\partial\theta_y/\partial x \\ \partial\theta_x/\partial y \\ \partial\theta_x/\partial y - \partial\theta_y/\partial x \end{bmatrix}, \\
\{\gamma\} &= \begin{bmatrix} \theta_y + \partial w/\partial x \\ -\theta_x + \partial w/\partial y \end{bmatrix} \quad (8)
\end{aligned}$$

其中矩阵 $[D]$ 和 $[D^s]$ 中 E 是材料弹性模量, ν 是泊松比.单元的位移可以由节点的位移和形函数组合而成

$$\begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = [N]\{w\}_e \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned}
\{w\}_e^T &= \{w_1 \quad \theta_{x1} \quad \theta_{y1} \quad \cdots \quad w_4 \quad \theta_{x4} \quad \theta_{y4}\} \quad (10) \\
[N] &= \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & \cdots & N_4 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \cdots & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & \cdots & 0 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \quad (11)
\end{aligned}$$

将式(11)代入式(7)和式(8)得

$$U_e = \frac{1}{2} \{w\}_e^T [k_{et}] \{w\}_e \quad (12)$$

其中平板单元的刚度矩阵 $[k_{et}]$ 可写成

$$[k_{et}] = [k_f] + [k_s] \quad (13)$$

其中 $[k_f]$ 和 $[k_s]$ 分别是由平板弯曲和剪切引起的刚度矩阵.矩阵的具体公式在附录里给出.文献[17]给出了厚板单元刚度矩阵的详细推导过程.这是要说明的是本文中厚平板单元刚度矩阵用 $[k_{et}]$ 表示,梁单元和薄壳单元刚度矩阵分别用 $[k_{eb}]$ 和 $[k_{es}]$ 表示.

通过把各个单元的刚度矩阵组合在一起,得到平箔片的整体刚度矩阵,同时与由线性弹簧组成的波纹箔片整体刚度矩阵相加得到了箔片结构的整体刚度矩阵

$$[K_g] = [K_t] + [K_b] \quad (14)$$

其中 $[K_g]$ 是箔片结构整体刚度矩阵, $[K_t]$ 是平箔片整体刚度矩阵, $[K_b]$ 是波纹箔片整体刚度矩阵.

由于平箔片的固定端焊接于轴承座上,因此该边界处 $u = v = w = \theta_x = \theta_y = 0$,箔片模型的变形可由力平衡方程求得

$$[K_g] \{U_g\} = \{F_g\} \quad (15)$$

式中 $\{U_g\}$ 是箔片结构的整体位移向量, $\{F_g\}$ 是作

用在平箔片表面的整体气膜压力向量. $\{U_g\}$ 和 $\{F_g\}$ 表示为

$$\{U_g\} = \{u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad \theta_{x1} \quad \theta_{y2} \quad \cdots\}^T \quad (16)$$

$$\{F_g\} = \{0 \quad 0 \quad p_1 \quad 0 \quad 0 \quad \cdots\}^T \quad (17)$$

由式(15)求得的平板单元沿 z 轴方向的位移等于平箔片的沿轴承径向方向的变形,即

$$w = w_d \quad (18)$$

1.4 一维梁和二维薄壳对比模型

本文的重点是建立箔片结构的二维厚板模型,同时建立一维梁模型和二维薄壳模型进行仿真对比分析,对应的模型建立过程如下.

1.4.1 一维梁模型

箔片结构的一维直梁模型如图5所示,单元采用欧拉梁单元,其单元刚度矩阵为

$$[k_{eb}] = \frac{EI_z}{L_b^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L_b & -12 & 6L_b \\ 6L_b & 4L_b^2 & -6L_b & 2L_b^2 \\ -12 & -6L_b & 12 & -6L_b \\ 6L_b & 2L_b^2 & -6L_b & 4L_b^2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

其中 E 为梁单元弹性模量, I_z 和 L_b 分别为关于 z 轴截面惯性矩和梁单元长度.

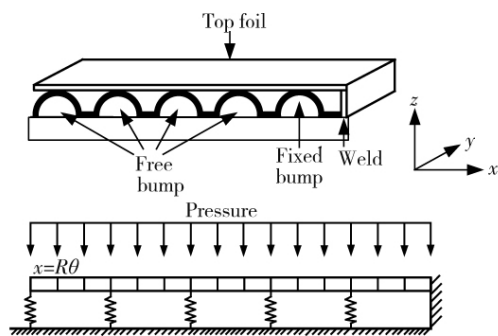


图5 箔片结构一维梁模型简图

Fig. 5 Sketch of 1-D beam model for foil structure

1.4.2 二维薄壳模型

由于平箔片本身呈圆柱状,因此之前的一维梁模型和二维厚板模型都不能准确地体现箔片轴承自身的结构特点,所以这里通过把圆柱状的平箔片分割成细小的薄壳单元来实现箔片结构的建模过程,模型简图如图6所示.

图7为该模型采用的弹性薄壳单元简图,其中坐标 x 和 y 指向在单元平面内,坐标 z 指向垂直于单元平面.单元每个节点都有5个自由度,它们分别为 x 、 y 和 z 方向的位移: u 、 v 和 w ,沿 x 和

y 方向的转角: θ_x 和 θ_y .

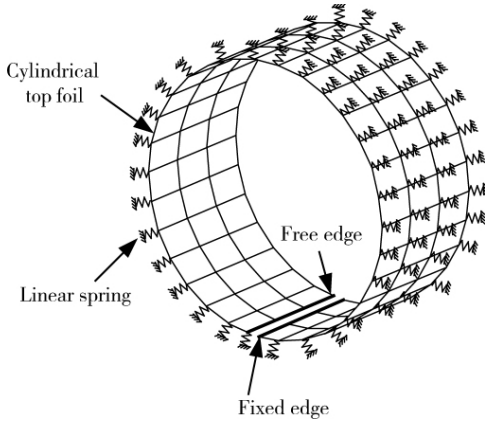


图 6 箔片结构二维薄壳模型简图

Fig. 6 Sketch of 2-D thin shell model for foil structure

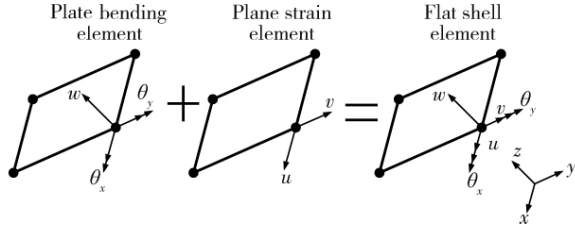


图 7 弹性薄壳单元简图

Fig. 7 Sketch of the elastic thin shell element

$$D \frac{\partial^4 w'}{\partial x'^4} + 2D \frac{\partial^4 w'}{\partial x'^2 \partial y'^2} + D \frac{\partial^4 w'}{\partial y'^4} = q' \quad (20)$$

$$\frac{\partial \sigma_{x'}}{\partial x'} + \frac{\partial \tau_{x'y'}}{\partial y'} + f_{x'} = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial \tau_{y'x'}}{\partial x'} + \frac{\partial \sigma_{y'}}{\partial y'} + f_{y'} = 0 \quad (22)$$

式(20)~式(22)是 Kirchhoff 平板方程和平面应变方程. 通过 Galerkin 法推导出平箔片薄壳单元的刚度矩阵 $[k_{es}^1]$ (包括弯曲刚度和薄膜刚度). 在局部坐标系中, 单元的弯曲刚度矩阵为一个 12×12 的矩阵 $[k_{e-ben}]$, 而单元的薄膜应变刚度矩阵为一个 8×8 的矩阵 $[k_{e-mem}]$, 因此薄壳单元的在局部坐标系中的刚度矩阵为一个 20×20 的矩阵 $[k_{es}^1]$

$$[k_{es}^1] = \begin{bmatrix} k_{e-ben} & 0 \\ 0 & k_{e-mem} \end{bmatrix} \quad (23)$$

在得到局部坐标系下单元的刚度矩阵 k_{es}^1 之后, 把弹簧刚度直接加到单元节点相应的自由度位置上, 得到局部坐标系下平箔片单元和波纹箔片相互结合的单元刚度矩阵 k_{es}^2 . 通过坐标变换, 把局部坐标系下的模型单元刚度矩阵转化为全局坐标系下的单元刚度矩阵 $[k_{es}^3]$, 公式如下:

$$[k_{es}^3] = [T]^T [k_{es}^2] [T] \quad (24)$$

其中 $[T]$ 为坐标转换矩阵. 局部坐标系和全局坐标系如图 8 所示, 图中 Ψ 是两坐标系的夹角. 局部坐标系下的薄壳单元刚度矩阵 $[k_{es}^1]$ 和坐标转换矩阵 $[T]$ 的具体推导过程参考文献[18]. 利用力平衡公式(15)计算得到箔片结构在全局坐标系下的变形, 最后通过坐标转换, 得到箔片结构各个节点在局部坐标系下的相对变形量, 从而近似求得箔片结构沿轴承半径方向的变形 w_d .

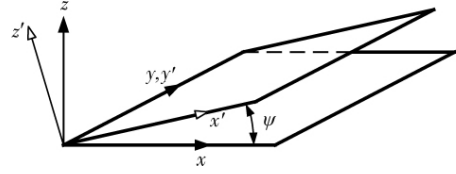


图 8 局部坐标系和全局坐标系

Fig. 8 Sketch of local and global coordinate

2 数值分析

2.1 有限差分法求解雷诺方程

对公式(3)运用 Newton-Raphson, 得到如下公式:

$$\begin{aligned} & 2 \left[\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{h}^3 \delta \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \bar{h}^3 \bar{p} \frac{\partial \delta}{\partial \bar{x}} \right) \right] + \\ & 2 \left[\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{h}^3 \delta \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} + \bar{h}^3 \bar{p} \frac{\partial \delta}{\partial \bar{z}} \right) \right] - \\ & \Lambda_x \left(\bar{h} \frac{\partial \delta}{\partial \bar{x}} + \delta \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}} \right) = \\ & - \left[\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}^2}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}^2}{\partial \bar{z}} \right) - \Lambda_x \frac{\partial (\bar{p} \bar{h})}{\partial \bar{x}} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

式(25)左边和右边展开式分别为

$$\begin{aligned} \text{左边} = & \delta \left(3\bar{h}^2 \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \bar{h}^3 \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \bar{x}^2} + 3\bar{h}^2 \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{z}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} + \right. \\ & \left. \bar{h}^3 \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \bar{z}^2} \right) + \frac{\partial \delta}{\partial \bar{x}} \left(2\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + 3\bar{h}^2 \bar{p} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}} \right) + \\ & \frac{\partial \delta}{\partial \bar{z}} \left(2\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} + 3\bar{h}^2 \bar{p} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{z}} \right) + \\ & \bar{h}^3 \bar{p} \left(\frac{\partial^2 \delta}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \delta}{\partial \bar{z}^2} \right) - \frac{\Lambda_x}{2} \left(\delta \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}} + \bar{h} \frac{\partial \delta}{\partial \bar{x}} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \text{右边} = & -\bar{h}^3 \left[\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \right)^2 \right] - \\ & \bar{h}^3 \bar{p} \left(\frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \bar{z}^2} \right) - 3\bar{h}^2 \bar{p} \left(\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{z}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \right) + \\ & \frac{\Lambda_x}{2} \left(\bar{h} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \bar{p} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

运用有限差分格式, 将一阶中心差分法和二阶中心差分法表达式分别代入式(26)和式(27),

整理归类最终得到如下系数矩阵表达式:

$$\begin{aligned} a_{i,j}\delta_{i-1,j} + b_{i,j}\delta_{i+1,j} + c_{i,j}\delta_{i,j} + \\ d_{i,j}\delta_{i,j-1} + e_{i,j}\delta_{i,j+1} = -s_{i,j} \end{aligned} \quad (28)$$

其中 $a_{i,j}, b_{i,j}, c_{i,j}, d_{i,j}, e_{i,j}$ 和 $s_{i,j}$ 分别为系数矩阵.

2.2 网格划分

轴承内表面的网格划分如图9所示. 由于轴承气膜厚度和压力分布关于轴承长度方向的中截面对称, 所以为了减少计算量, 这里只对半轴承长度进行分析. 图9中对轴承圆周方向“ x ”进行“ n_x ”等分, 对“ z ”向半轴承长度进行“ n_z ”等分, 因此在圆周方向“ x ”有“ $n_x + 1$ ”个节点, 在半轴承长度方向“ z ”有“ $n_z + 1$ ”个节点. 轴承的求解域为 $(1 : n_x + 1, 1 : n_z + 1)$.

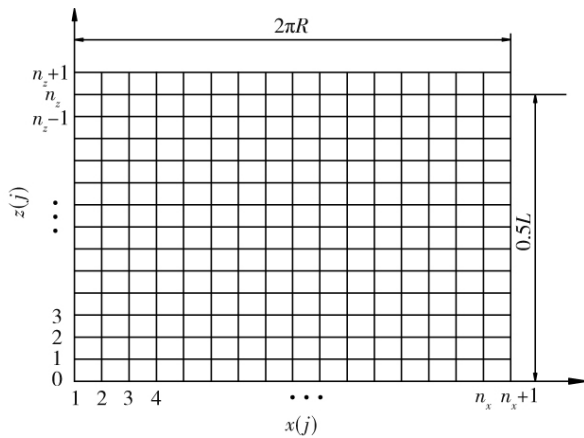


图9 计算域网格划分示意图

Fig. 9 Grid schematic diagram of the computational area

2.3 边界条件

在计算过程中有两类边界条件: 一种是环境压力边界条件; 另一种是对称边界条件.

由于轴承两侧以及箔片固定端和自由端均与大气接触, 因此环境压力边界条件为

$$\bar{p}(1 : n_x + 1, 0) = 1 \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \bar{p}(1, 0 : n_z + 1) = \\ \bar{p}(n_x + 1, 0 : n_z + 1) = 1 \end{aligned} \quad (30)$$

对称边界条件为

$$\begin{aligned} \bar{p}(1 : n_x + 1, n_z - 1) = \\ \bar{p}(1 : n_x + 1, n_z + 1) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{p}_{i,j}}{\partial z} = 0 \\ (i = 1 : n_x + 1, j = n_z) \end{aligned} \quad (32)$$

2.4 收敛判断

由于本文采用了有限元法和有限差分耦合求

解雷诺方程, 因此在判断气膜压力收敛后, 还需判断气膜厚度是否收敛, 因此数值计算的收敛公式如下:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_z} \left(\frac{\Delta \bar{p}_{i,j}}{\bar{p}_{i,j}} \right)^2} \leq 10^{-6} \quad (33)$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_z} \left(\frac{\Delta \bar{h}_{i,j}}{\bar{h}_{i,j}} \right)^2} \leq 10^{-6} \quad (34)$$

2.5 承载力

在迭代计算结果收敛后, 获得稳态下求解域内所有节点的气膜压力和气膜厚度. 通过对轴承表面的求解域进行压力积分得到垂直和水平方向的无量纲承载力 $\bar{W}_1$ 和 $\bar{W}_2$, 其公式如下:

$$\bar{W}_1 = 2 \int_0^{2\pi R} \int_0^{L/2} (\bar{p} - 1) \sin\left(\frac{x}{R}\right) dx dz \quad (35)$$

$$\bar{W}_2 = 2 \int_0^{2\pi R} \int_0^{L/2} (\bar{p} - 1) \cos\left(\frac{x}{R}\right) dx dz \quad (36)$$

$$\bar{W} = \sqrt{(\bar{W}_x)^2 + (\bar{W}_y)^2} \quad (37)$$

最后得到轴承承载力

$$W = \bar{W} \times p_0 \quad (38)$$

2.6 耦合求解程序流程图

图10给出了箔片轴承静特性计算流程. 主要分为箔片变形方程与雷诺方程耦合求解气膜厚度及压力场, 确定轴承承载力.

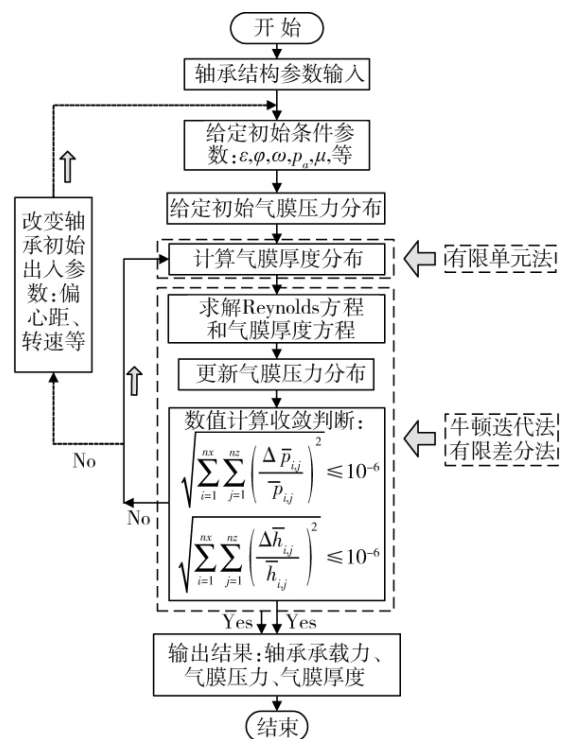


图10 整体分析流程图

Fig. 10 Overall analysis flowchart

3 仿真结果及分析

本文对箔片轴承的一维梁模型、二维厚板模型和二维薄壳模型仿真结果以及实验结果进行对比分析. 两端固定和一端固定一端自由的波纹箔片单位面积上的刚度分别为: $K_{ff} = 4.7 \times 10^9 \text{ N/m}^3$, $K_{fw} = 10.4 \times 10^9 \text{ N/m}^3$. 文献[19]中实验测试用的第一代波箔片轴承结构参数如表1所示.

表1 波箔型气体轴承计算参数^[19]

Table 1 Bump foil bearing data^[19]

参数	数值
轴颈半径 R/mm	19.05
轴承长度 L/mm	38.1
半径间隙 $C/\mu\text{m}$	31.8
平箔片厚度 $t_t/\mu\text{m}$	101.6
波箔片厚度 $t_b/\mu\text{m}$	101.6
波箔片弹性模量 E_b/GPa	214
波箔泊松比 ν	0.29
波箔片半波长长度 l/mm	1.778
波纹箔片单位长度 s/mm	4.572
波箔片高度 h_b/mm	0.508
平箔片圆周长度 l_x/mm	120
波箔片波纹个数 N_b	26

由于第一代波箔片轴承的结构关于轴承中截面对称,因此本文中的气膜厚度压力分布和气膜厚度分布结果都是只取轴承的一半. 网格节点的划分采用的是:轴承圆周方向为78个单元,半轴承长度方向为10个单元,所以模型单元中线性弹簧的刚度由单位面积刚度乘以单元面积 A_b 得到

$$K'_{ff} = K_{ff} \times A_b = 40935.4 \text{ N/m} \quad (39)$$

$$K'_{fw} = K_{fw} \times A_b = 90580.5 \text{ N/m} \quad (40)$$

平箔片的弹性模量计算公式为

$$E_t = E_b \times S_{fc} \quad (41)$$

式中 S_{fc} 为平箔片周向刚性加强因子, E_b 和 E_t 分别是波箔片和平箔片的弹性模量. 在文献[13]中, $S_{fc} = 4$, 所以平箔片的弹性模量为 $E_t = 856 \text{ GPa}$.

图11为在工作转速为30000 r/min和45000 r/min下轴承中截面处最小气膜厚度随轴承承载力变化曲线,图中虚线代表的是一维梁模型计算结果,实线代表二维厚板模型计算结果,圆圈代表二维薄壳模型计算结果,正方形代表实验测试结果.

从两图中可以看出,尽管转速不同,但一维梁模型计算结果和二维厚板模型计算结果几乎一致,而二维薄壳模型的结果只在轴承承载力较大时与前两个模型结果有细微差别. 当轴承工作转速为30000 r/min,轴承载荷大于110 N时,二维薄壳模型的计算结果与实验结果最接近,同时当轴承工作转速为45000 r/min时,这种现象发生在轴承承载力90 N前后.

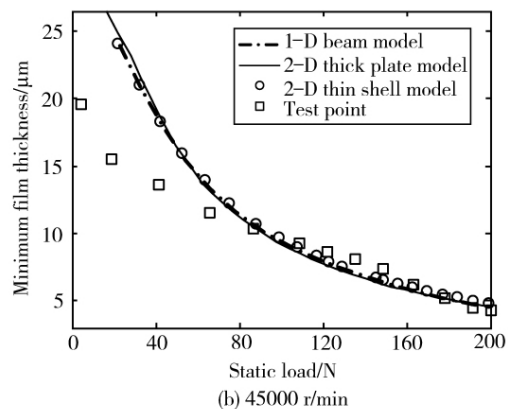
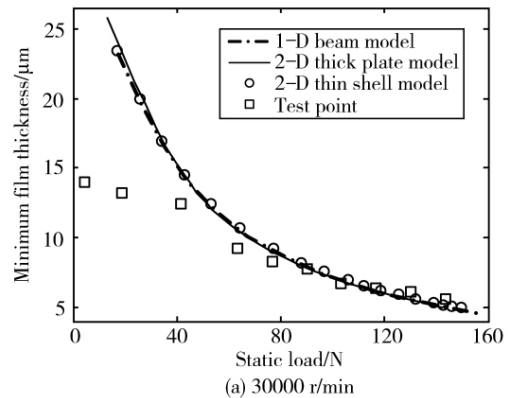


图11 在转速30000 r/min和45000 r/min下轴承中截面最小气膜厚度随轴承承载力变化曲线

Fig. 11 Minimum film thickness at mid-plane versus static load for three foil structure models and test data at two shaft speeds

图12为在工作转速为30000 r/min和45000 r/min下轴承边缘处最小气膜厚度随轴承承载力变化曲线,实线代表二维厚板模型计算结果,圆圈代表二维薄壳模型计算结果,正方形代表实验测试结果. 由于一维梁模型在仿真过程中并没有涉及到轴承长度方向,因此这里没有对此结果进行比较. 从两种转速的图中可以看出,二维厚板模型的计算结果与实验结果最接近,尤其是在轴承承载力较大的时候,仿真曲线和实验数据点重合度

最高。

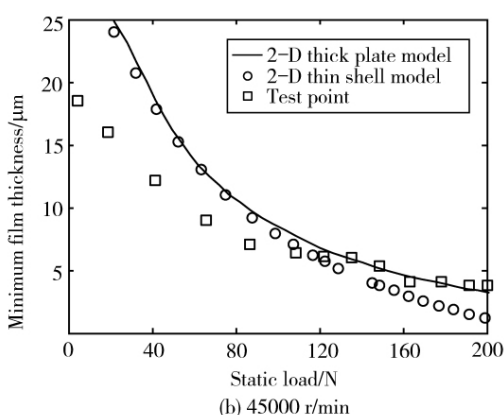
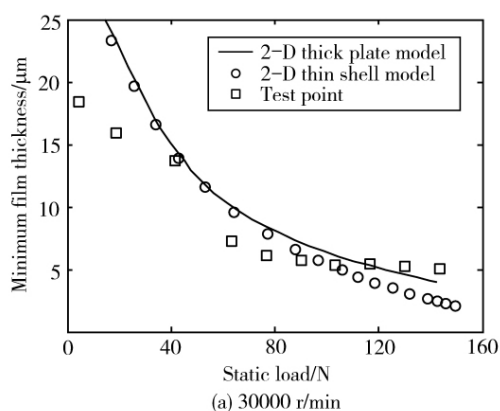


图 12 在转速 30000 r/min 和 45000 r/min 下轴承边缘处最小气膜厚度随轴承承载力变化曲线

Fig. 12 Minimum film thickness at bearing edge versus static load for two foil structure models and test data at two shaft speeds

从上述结果可以看出,在研究轴承最小气膜厚度时,二维厚板模型计算结果最准确,一维梁模型的结果与实验值差别较大,尤其是在轴承边缘处。虽然二维厚板模型计算结果最准确,但与实验结果存在一定差距,尤其是在轴承载荷较小的时候,分析原因是因为实际轴承工作时存在平箔片与波纹箔片以及波纹箔片与轴承壳体之间的摩擦,这两部分摩擦在一定程度上增大了箔片轴承结构刚度,而在采用二维厚板模型进行仿真时没有涉及箔片之间的摩擦,这是造成理论计算结果与实验结果存在误差的原因。

图 13 是在转速 55000 r/min,轴承承载力为 198.4 N 时无量纲气膜压力分布图,从图中可以明显看出,无量纲气膜压力在轴承中截面处(即 $L/2$ 处)最大,然后沿着轴承长度方向逐渐减小,

到轴承边缘处(0 处)为 1,即和环境压力相等。图 14 和图 15 分别是在此气膜压力对应下二维厚板模型和二维薄壳模型平箔片变形图,由于轴承关于轴承中截面对称,所以上述 3 个图中的结果取自轴承一半。从图 14 和图 15 可以看出,在相同气膜压力作用下,二维厚板模型平箔片在轴承边缘处的变化量远远没有二维薄壳模型的变化量大,这是因为虽然二维薄壳单元具有薄膜刚度,但是在垂直于平箔片的气膜压力作用下,二维厚板单元具有的剪切刚度比二维薄壳单元的薄膜刚度更能够抑制平箔片的法向变形。

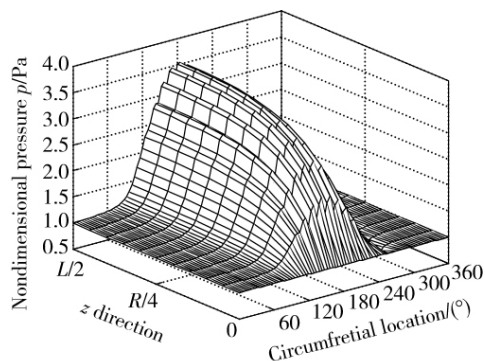


图 13 转速 55000 r/min、轴承载荷 198.4 N 时箔片轴承无量纲气膜压力分布图

Fig. 13 Predicted dimensionless pressure distribution for the foil bearing, static load: 198.4 N, shaft speed: 55000 r/min

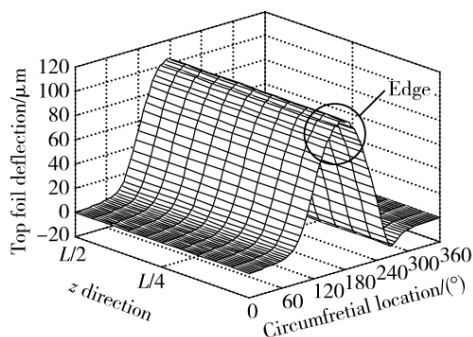


图 14 转速 55000 r/min、轴承载荷 198.4 N 时二维厚板模型平箔片变形量

Fig. 14 Predicted top foil deflection for 2-D thick plate model, static load: 198.4 N, shaft speed: 55000 r/min

这里需要注意:虽然在求解箔片轴承静特性时,3 种有限元模型具有相同的周向网格密度,但是由于单元节点具有的自由度数目不同,一维梁单元模型计算代价最小,二维厚板单元模型次之,二维薄壳单元模型计算代价最大。

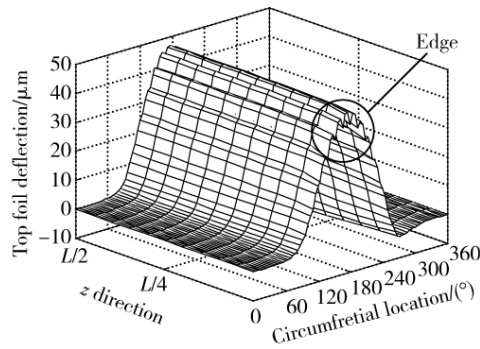


图15 转速55000 r/min、轴承载荷198.4 N时
二维薄壳模型平箔片变形量

Fig. 15 Predicted top foil deflection for 2D thin shell model, static load; 198.4 N, shaft speed; 55 000 r/min

4 结 论

针对波箔型气体箔片轴承的平箔片建立了二维厚板有限元模型,运用有限单元法和有限差分法耦合求解 Reynold 方程和气膜厚度方程.结合具体轴承结构参数,通过数值仿真对比分析了新模型与一维梁模型、二维薄壳模型和文献实验数据在两个转速下的气膜压力分布、气膜厚度分布、轴承承载力等静特性,结果表明:二维厚板模型相对于一维梁和二维薄壳模型具有更好的精度,尤其在求最小气膜厚度时,二维厚板模型由于单元具有的剪切刚度比二维薄壳单元的薄膜刚度更能抑制平箔片的法向变形,因此在轴承边缘处的计算结果最接近实验值,而一维梁模型建模时忽略了轴承长度方向箔片变形,不能精确地反映轴承长度方向上的气膜厚度.二维薄壳模型不仅计算精度没有二维厚板模型高,而且由于其模型节点自由度数多,刚度矩阵维数大,因此在计算效率上远远落后于一维梁模型和二维厚板模型.虽然二维厚板模型计算结果最准确,但与实验结果存在一定差距,这可能是由仿真模型中没有考虑平薄片与波纹箔片以及波纹箔片与轴承壳体之间的摩擦引起的,因此将在以后的工作中引入箔片之间的摩擦效应,进一步深化研究箔片轴承动力特性.

参考文献:

- [1] Agrawal G L. Foil air/gas bearing technology: an overview [R]. ASME Paper 97-GT-347, 1997.
- [2] Kim D, Creary A, Chang S S, et al. Mesoscale foil gas bearings for palm-sized turbomachinery: design, manufactur-

- ing, and modeling[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines Power, 2009, 131(4): 042502(10 pages).
- [3] Feng K, Kaneko S. Analytical model of bump-type foil bearings using a link-spring structure and a finite-element shell model[J]. ASME Journal of Tribology, 2010, 132(2): 021706(11 pages).
- [4] Blok H, van Rossum J J. The foil bearing: a new departure in hydrodynamic lubrication[J]. Lubrication Engineering, 1953, 9(6): 316-320.
- [5] Walowit J A, Anno J N. Modern developments in lubrication mechanics [M]. London: Applied Science Publishers Limited, 1975.
- [6] Heshmat H, Walowit J A, Pinkus O. Analysis of gas-lubricated foil journal bearings[J]. ASME Journal of Lubrication Technology, 1983, 105(4): 647-655.
- [7] Heshmat H, Walowit J A, Pinkus O. Analysis of gas-lubricated compliant thrust bearings[J]. ASME Journal of Lubrication Technology, 1983, 105(4): 638-646.
- [8] Peng Z C, Khonsari M M. Hydrodynamic analysis of compliant foil bearings with compressible air flow[J]. Transactions of the ASME, 2004, 126(3): 542-546.
- [9] Peng Z C, Khonsari M M. On the limiting load-carrying capacity of foil bearings[J]. ASME Journal of Tribology, 2004, 126(4): 817-818.
- [10] Peng Z C, Khonsari M M. A thermohydrodynamic analysis of foil journal bearings[J]. Transactions of the ASME, 2006, 128(3): 534-541.
- [11] Song J, Daejong M. A new foil bearing with compression springs as compliant structure for microturbomachinery Applications[R]. ASME Paper 2006-GT-90964, 2006.
- [12] Lee D H, Kim Y C, Kim K W. The static and dynamic performance analyses of air foil journal bearings for various bump foil stiffness[J]. Journal of Korean Society of Tribologists and Lubrication Engineers, 2004, 20(5): 245-251.
- [13] San Andrés L, Kim T H. Improvements to the analysis of gas foil bearings integrating of top foil 1D and 2D structural models[R]. ASME Paper 2007-GT-27249, 2007.
- [14] San Andrés L, Kim T H. Analysis of gas foil bearings integrating fe top foil models [J]. Tribology International, 2009, 42(1): 111-120.
- [15] Lee D H, Kim Y C, Kim K W. The static performance analyses of foil journal bearings considering three-dimensional shape of the foil structure[J]. Journal of Tribology, 2008, 130(3): 031102(10 pages).
- [16] Kim T H, San Andrés L. Heavily loaded gas foil bearings: a model anchored to test data[R]. ASME Paper 2005-GT-68486, 2005.
- [17] Maurice Petyrt. Introduction to finite element vibration analysis [M]. 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 2010.
- [18] 赵均海, 汪梦普. 弹性力学及有限元 [M]. 2 版. 武汉: 武汉理工大学出版社, 2008.
- [19] Ruscitto D, Mc Cormick J, Gray S. Hydrodynamic air lu-

bricated compliant surface bearing for an automotive gas
turbine engine [J]: journal bearing performance[R]. NASA

CR-135368, 1987.

附录: 厚板单元刚度矩阵

厚板单元刚度矩阵 $[k_{et}]$ 可写为

$$k_{et} = [k_f] + [k_s] \quad (A1)$$

单元材料各向同性, 则有关单元弯曲的刚度矩阵为

$$[k_f] = \frac{Eh^3}{48ab(1-\nu)^2} \begin{bmatrix} k_{11}^f & k_{21}^f & k_{31}^f & k_{41}^f \\ k_{21}^f & k_{22}^f & k_{32}^f & k_{42}^f \\ k_{31}^f & k_{32}^f & k_{33}^f & k_{43}^f \\ k_{41}^f & k_{42}^f & k_{43}^f & k_{44}^f \end{bmatrix} \quad (A2)$$

其中

$$\begin{aligned} k_{11}^f &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4}{3} \left[\alpha^2 + \frac{1}{2}(1-\nu) \right] b^2 & -\frac{1}{2}(1+\nu)ab \\ 0 & -\frac{1}{2}(1+\nu)ab & \frac{4}{3} \left[\beta^2 + \frac{1}{2}(1-\nu) \right] a^2 \end{bmatrix} \\ k_{21}^f &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} [\alpha^2 - (1-\nu)] b^2 & -\frac{1}{2}(3\nu-1)ab \\ 0 & \frac{1}{2}(3\nu-1)ab & \frac{1}{3} [-4\beta^2 + (1-\nu)] a^2 \end{bmatrix} \\ k_{31}^f &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} \left[-\alpha^2 - \frac{1}{2}(1-\nu) \right] b^2 & \frac{1}{2}(1+\nu)ab \\ 0 & \frac{1}{2}(1+\nu)ab & \frac{2}{3} \left[-\beta^2 - \frac{1}{2}(1-\nu) \right] a^2 \end{bmatrix} \\ k_{41}^f &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} [-4\alpha^2 + (1-\nu)] b^2 & \frac{1}{2}(3\nu-1)ab \\ 0 & -\frac{1}{2}(3\nu-1)ab & \frac{2}{3} [\beta^2 - (1-\nu)] a^2 \end{bmatrix} \\ \alpha &= \frac{a}{b}, \quad \beta = \frac{b}{a} \end{aligned}$$

在式(A2)中剩余的子矩阵通过如下关系式给出

$$\begin{aligned} k_{22}^f &= \mathbf{I}_3^T k_{11}^f \mathbf{I}_3 \\ k_{32}^f &= \mathbf{I}_3^T k_{41}^f \mathbf{I}_3, \quad k_{33}^f = \mathbf{I}_1^T k_{11}^f \mathbf{I}_1 \\ k_{42}^f &= \mathbf{I}_3^T k_{31}^f \mathbf{I}_3, \quad k_{43}^f = \mathbf{I}_1^T k_{21}^f \mathbf{I}_1, \quad k_{44}^f = \mathbf{I}_2^T k_{11}^f \mathbf{I}_2 \end{aligned}$$

其中

$$\mathbf{I}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

有关单元剪切的单元刚度矩阵为

$$[k_s] = \frac{Eh^3}{48ab\beta_s} \begin{bmatrix} k_{11}^s & k_{21}^s & k_{31}^s & k_{41}^s \\ k_{21}^s & k_{22}^s & k_{32}^s & k_{42}^s \\ k_{31}^s & k_{32}^s & k_{33}^s & k_{43}^s \\ k_{41}^s & k_{42}^s & k_{43}^s & k_{44}^s \end{bmatrix} \quad (A3)$$

其中 $\beta_s = Eh^2/12\kappa Gb^2$ 是单元剪切参数,并且

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{11}^s &= \begin{bmatrix} (1+\alpha^2) & \alpha^2 b & -a \\ \alpha^2 b & \alpha^2 b^2 & 0 \\ -a & 0 & a^2 \end{bmatrix} & \mathbf{k}_{21}^s &= \begin{bmatrix} (-1+\alpha^2) & \alpha^2 b & a \\ \alpha^2 b & \alpha^2 b^2 & 0 \\ -a & 0 & a^2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{k}_{31}^s &= \begin{bmatrix} (-1-\alpha^2) & -\alpha^2 b & a \\ \alpha^2 b & \alpha^2 b^2 & 0 \\ -a & 0 & a^2 \end{bmatrix} & \mathbf{k}_{41}^s &= \begin{bmatrix} (1-\alpha^2) & -\alpha^2 b & -a \\ \alpha^2 b & \alpha^2 b^2 & 0 \\ -a & 0 & a^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

在式(A3)中剩余的子矩阵通过如下关系式给出

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{22}^f &= \mathbf{I}_3^T \mathbf{k}_{11}^f \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{k}_{32}^f &= \mathbf{I}_3^T \mathbf{k}_{41}^f \mathbf{I}_3, \quad \mathbf{k}_{33}^f = \mathbf{I}_1^T \mathbf{k}_{11}^f \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{k}_{42}^f &= \mathbf{I}_3^T \mathbf{k}_{31}^f \mathbf{I}_3, \quad \mathbf{k}_{43}^f = \mathbf{I}_1^T \mathbf{k}_{21}^f \mathbf{I}_1, \quad \mathbf{k}_{44}^f = \mathbf{I}_2^T \mathbf{k}_{11}^f \mathbf{I}_2 \end{aligned}$$

其中

$$\mathbf{I}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

并且, a —半单元长度;

b —半单元宽度;

h —单元厚度;

ν —单元泊松比;

E —弹性模量;

G —剪切模量;

κ —剪切系数.